" بسم الله الرحمن الرحيم "

بعض فصول السطوح المسطرة ذات الثلاثة أبعاد (المركب) في الهندسة التفاضلية للخطوط المستقيمة ·

يتناول موضوع هذه الرسالة دراسة أنواع خاصة من السطوح المسطرة ذات الثلاثة أبعاد في الفراغ الاقليدى (يعرف السطح المسطر ذو الثلاث أبعاد بأنه عائلة المستقيمات التى تعتمد على ثلاث بارامترات ونطلق عليه " المركب " وعلى المستقيم المولد للمركب بالشعاع)

النوع الأول :

يتألف هذا النوع من تلك السطوح المسطرة التى تتوافر فيها الخاصية أن السطح الأساسى (Principal surface) ذو البعد الواحد الذى يتبع هذا المركب ينطبق مع سطحه الاحداثى (coordinate surface)

النوع الثانى :

(نقطتان من نقط التماس (points of orthogonality تتطبقان معا على النقطة فى المالانهاية (point at infinity) وهذه السطوح ذات الثلاث أبعاد يمكن توزيعها الى عائلة ذات البارامتر الواحد مع السطوح المسطرة ذات البعدين والتى رواسمها تقطع على التماس سطح فى الفراغ الاقليدى ·

وفى بداية النوع الأول من السطوح المسطرة ذات الثلاث أبعاد قام الباحث بايجاد المعادلات التى تحدد السطح الاساسى ذو البعد الواحد الذى يتبع مركب ما وعرف الباحث أيضا السطح الاحداثى لهذا المركب · ثم أوجد شروط انطباق هذا السطح الاحداثى مع أحد السطوح الاساسية التى تتبع هذا المركب · ومن تلك الشروط أمكن تكوين مجموعة المعادلات التفاضلية التى ينبغى أن يحققها المركب موضع الدراسة · ولقد استعان الباحث لدراسة هذه المجموعة من المعادلات التفاضلية بالطرق المعروفة باسم طرق كارتان (Cartan's common methods) التى تبنى أساسا على استخدام الصيغ التفاضلية (differential forms) · ولقد تمكن الباحث

من اثبات وجود حل لهذه المجموعة من المعادلات التفاضلية التى تعتمد على ثلاث دوال اختيارية فى متغير واحد • ومعنى ذلك أن المركب موضع الدراسة يتعين فى الفراغ بمعلومية ثلاث دوال اختيارية فى متغير واحد • ومن خلال دراسة الباحث لمجموعة المعادلات التفاضلية أمكن التوصل لبعض الخواص الهندسية الآتية :

١ ـ ان احدى نقط التماثل للسطح الاحداثى $(w^1_3 = w^2_3 = 0)$ ينطبق مع مركز الشماع لهذا السطح •

٢ ـ أحد السطوح الأساسية ينطبق مع السطح الاحداثى $w^1_3 = w^2_3 = 0$ والآخران ينطبقان مع السطح $w^1_3 = w^2_3 = 0$

٣ ـ السطح الأساسى $w^1_3 = w^2_3 = 0$ سطحا أسطوانيا •

٤ ـ هذا المركب له نقطتا انقلاب تنطبقان على نقطة اللانهاية والنقطتان الأخريتان لهما المنتصف ينطبق مع مركز الشماع •

٥ ـ المركب يوزع كعائلة ذات البارامتر الواحد من السطوح المسطرة ذات البعدين الذى يتبع هذا المركب • وهذه العائلة لها احدى البؤر تنطبق مع مركز الشماع والأخرى تنطبق مع نقطة اللانهاية •

٦ ـ أن المركب المولد بالعمود الثانى (binormal) (للمركب تحت الدراسة يتحول الى سطح مسطر ذو بعدين (congruence)

٧ ـ مركز الشماع للسطح المسطر ذات البعدين $w^1_3 = 0$ (الذى يتبع المركب تحت الدراسة) يرسم سطحا مسطرا من نوع (developable) وراسم هذا السطح يوازى المتجه $\underline{e}$ حيث $\underline{e} = \underline{e}_1 - \beta \underline{e}_3$ الذى يصنع زاوية θ مع الشماع $(\tan \theta = -\frac{1}{\beta})$

وتلك الخواص الهندسية مكنت الباحث من اعطاء التكوين الهندسى للمركب ولقد برهن الباحث النظرية التالية الخاصة بالتكوين الهندسى للمركب تحت الدراسة •

تعتبر سطحا مسطرا من نوع (developable) (وهذا يعطى بدالتين فى متغير واحد) ولكل مستوى مماس لهذا السطح تعطى الزاوية θ جميع المستقيمات فى المستوى المماس والتى تصنع الزاوية θ (لكل مستوى مماس يوجد θ معينة) مع مولد هذا السطح يكون سطحا مسطرا ذو بعدين (congruence) والعائلة ذات البارامتر الواحد من تلك السطوح المسطرة ذات البعدين يكون المركب تحت الدراسة .

بالنسبة للنوع الثانى :

قام الباحث لايجاد المعادلة التى تعين نقط التماس (points of orthogonality) وهى معادلة من الدرجة الرابعة فى المتغير t الذى يعطى احداثى نقطة التماس . وهذا يوضح أنه على كل شعاع يوجد أربع نقط تماس كل واحدة منهم ترسم سطحا يقطع على التماس أشعة سطح مسطر عمودى ذو بعدين (normal congruence) . ومن شرط انطباق نقطتين من نقط التماس مع نقطة اللانهاية ، أمكن تكوين مجموعة المعادلات التفاضلية التى ينبغى ان يحققها المركب من النوع الثانى ، وقد تمكن الباحث أيضا من اثبات وجود حل لهذه المجموعة من المعادلات التفاضلية يعتمد على دالتين اختياريتين فى متغير واحد . ومعنى ذلك أن المركب موضع الدراسة يتعين فى الفراغ بمعلومية دالتين فى متغير واحد وفى هذا البحث أيضا درس الباحث بعض الخواص الهندسية التى مكنته من اعطاء التكوين الهندسى لهذا المركب بمعلومية حزمة من الخطوط المتوازية وتقسيمها الى عائلة ذات بارامتر واحد من السطوح الاسطوانية . ولقد برهن الباحث النظرية الخاصة بالتكوين الهندسى للمركب تحت الدراسة .

نعتبر حزمة من الخطوط (الأشعة) المتوازية ونقسمها الى عائلة ذات البارامتر الواحد من السطح الاسطوانية (تعطى بدالتين فى متغير واحد) ويعد ذلك باعطاء زاوية ثابتة • نرسم الخطوط المماسية لأى سطح أسطوانى والتى تصنع زاوية ثابتة مع مولد هذا السطح • جميع هذه الخطوط يكون المركب تحت الدراسة •