بسم الله الرحمن الرحيم

ملخص رسالة الدكتوراه الخاصة بالسيد/ صبحى أحمد على الشيخ
المدرس المساعد بكلية التربيه - جامعة عين شمس
عنوان الرساله

(بعض الخصائص القوية للفراغات ثنائية التوبولوجى الفازى)

كثير من الفئات التى تلعب دوراً هاماً فى الفكر الرياضى لاتتمتع بمعيارعضويه (creteria of membership) واضح كما هو الحال فى المفهوم المعتاد للفئات ولذا فإن مفاهيم نظرية الفئات لاتصلح أساسا للتعامل مع مثل هذه الفئات .

فى عام ١٩٦٥ كان Zadeh [84] أول من أدخل مفهوما هذه الفئات وتبعه رياضيون كثيرون فى وضع إطار عام لنظرية الفئات (Fuzzy set Theory). وقد بدأ هذا الإطار فى مواضع كثيره موازيا للإطار المستخدم فى نظرية الفئات.

فى عام ١٩٦٨ أدخل Chang [15] مفهوم الفراغات التوبولوجية الفازيه fuzzy topological spaces وتبعه الكثير من الرياضين فى دراسة هذه الفراغات التوبولوجية وبذلك تأسس فرع جديد وهام فى علم التوبولوجى وهو التوبولوجى الفازى (Fuzzy Topology).

وقد اتجهت الأنظار لربط الفراغ التوبولوجى العادى بالفراغ التوبولوجى الفازى عن طريق Weiss [77] الذى عرف الفراغات المولده Induced spaces .

فى عام ١٩٧٩ أدخل Katsaras [48] مفهوم فراغات التقريب الفازيه وتبعه كثير من الأعمال فى تطوير هذا المفهوم وكذلك مفهوم فراغات التقريب وشبه التقريب الفازيه

فى عام ١٩٨٠ نشرا Pu and Liu [61] أبحاثهم فى التوبولوجى الفازى وقد عرفا علاقة شبه الانطباق quasi-coincident وعلاقة الجوار الفازى من النوع q وقد حصلا على الكثير من التعميمات للمفاهيم العادية إلى الحالة الفازية وذلك استكمالاً للخواص التى عممها Chang

فى البحث [7] (١٩٨٧) أدخل مفهوم الفراغ الفازى فوق التوبولوجى Fuzzy supratopology ودرس العديد من الخواص لهذه الفراغات وهذه الخواص تعتبر تعميما طبيعياً للخواص المناظره فى التوبولوجى العادى وقد تم دراسة المفاهيم الأتيه

الرواسم الفازيه فوق المفتوحه Fuzzy supraopen mappings

الرواسم الفازيه فوق المغلقه Fuzzy supraclosed mappings

مفهوم الاحكام من النوع α Fuzzy α -compactness وذلك عن طريق الغطاء (α -shading)

فى البحث [19] (١٩٩٤) وباستخدام نفس الفكرة المذكورة فى [7] تم دراسة خواص إضافيه للفراغ الفازى فوق التوبولوجى تتعلق بمفهوم الاحكام من النوع α ومن النوع α^*

ويعتبر موضوع الإحكام من الموضوعات الهامه فى التوبولوجى الفازى لذلك تطور هذا الموضوع فى أبحاث عديدة منها [79,80], [57,59], [29], [25], [15]

فى عام ١٩٩٠ ، ١٩٩١ قدم فى البحثين [72,73] الخواص الانفصالية االقوية للفراغات التوبولوجية الفازية وهى تعتبر تعميما للخواص الإنفصالية فى البحثين [31], [81] وفيهما تم تقديم مفهوم الخواص القوية للرواسم المتصله والمفتوحة.

فى البحث [1] (١٩٩٣) تم تقديم مفهوم الخواص القوية للفرغات R_0, T_0, R_1 بإستخدام فكرة [73] ولكن باستخدام مفهوم العمليات.

فى عام ١٩٦٣ عرف Kelly [51] الفراغ الثنائى التوبولوجى العادى كمجموعة غير خاليه X ومعرفا عليها توبولوجيين إختياريين. كما قام مؤلفين كثيرين باستكمال اعمال Kelly, .

فى البحث [64] تم لأول مرة تعريف الفراغ الفازى ثنائى التوبولوجى ودراسة العديد من خواصه. وقد قدمت الخواص الإنفصاليه للفراغات الفازيه ثنائيه التوبولوجى فى [67], [38], [33], [11], [8]. كما قدم مفهوم الاحكام للفراغات الفازيه ثنائيه التوبولوجى فى [33], [20], [10], [8].

فى عام ١٩٧٤ قدما Dvalishvili [18], Dusan [16] نظريتان مستقلتان للأبعاد للفراغات الثنائية التوبولوجى ودرسا العديد من الخواص.

تتكون الرسالة من ستة أبواب

الباب التمهيدى ويحتوى على التعريفات والمفاهيم الأساسية التى سوف تستخدم فى هذه الرساله .

الباب الأول عرفنا فيه خواص انفصالية للفراغات الفازية فوق التوبولوجيه ودرسنا بعض خواصها كما قمنا بتعميم تلك الخواص الانفصالية أسوة بـ Prade [72,73]. أيضا قمنا بتعميم الرواسم المتصلة والمفتوحة فوق التوبولوجية والتى أدخلت فى [7]. وفى نهاية الباب قمنا بتوليد الفراغ (X,τ_s) من الفراغ الفازى ثنائى التوبولوجى (X, τ_1,τ_2) كما أثبتنا أن العائلة τ_S ليست توبولوجى فازى ولكنها فوق التوبولوجى fuzzy supratopology كما أنشأنا عدة أمثلة توضح ذلك المفهوم. أيضا عرفنا الرواسم الفازية فوق المتصله والرواسم الفازية فوق المفتوحه والمغلقة بين هذه الفراغات كما أنشأنا تشخيصا للرواسم الفازية فوق المتصلة. أيضا أثبتنا أن هذه المفاهيم هى إمتداد جيد للمفاهيم فوق المتصله وفوق المفتوحه وفوق المغلقه المعرفه فى [39] .

وجدير بالذكر أن نتائج البند الرابع من هذا الباب قد قبلت للنشر فى البحث [43].

فى الباب الثانى: قمنا بتعميم الرواسم المتصله والرواسم المفتوحه من النوع α الى الرواسم الثنائيه المتصلة والرواسم الثنائية المفتوحة من النوع

α. FP-continuous (resp. α.FP - open).

كما قمنا بتعميم الرواسم القوية المتصلة والمفتوحة إلى الرواسم القوية الثنائية المتصلة والمفتوحة Strong FP-continuous, Strong FP-open وهذا يعتبر تعميما للرواسم الفازية الثنائية المتصلة والمفتوحة. FP- Continuous, FP- open. أيضا قمنا بإدخال مفهوم FP-homeomorphism. ومفهوم Strong FP-homeomorphism وهذان المفهومان يعطيان تعميما للرواسم FP-homeomorphism. كذلك قمنا بإعطاء عددا من الأمثلة العكسية التى توضح عدم تكافؤ هذه المفاهيم.

جدير بالذكر أن نتائج هذا الجزء قدمت للنشر فى البحث [46]

فى البند الثانى من الباب الثانى أدخلنا خواص إنفصالية جديدة للفراغات ثنائية التوبولوجى وقد قمنا بمقارنه هذه الخواص بالخواص المذكورة فى [38] وقد وجدنا أنهما متكافئان فى الفصلين T_0 , T_1 وغير ذلك فى بقية الفصول. كما أنشأنا عدة أمثلة توضح عدم تكافؤ هذه المفاهيم. قمنا أيضا بإثبات أن هذه الخواص هى إمتداد جيد للخواص المقدمه فى [39] وذلك من وجهة نظر Lowen [57] .

جدير بالذكر أن نتائج هذا البند قد قبلت للنشر فى البحث [43]

فى البند الثالث قمنا بتقديم خواص انفصاليه قوية للفراغات ثنائية التوبولوجى وذلك بتعميم الفرضيات المذكورة فى [1]، [73] إلى حالة الفراغ الثنائى التوبولوجى الفازى وأثبتنا أن هذه الفرضيات هى تعميم لفرضيات قنديل والشافعى [38] وفرضيات أبو صافيه وآخرون [11] . كما قمنا بإعطاء عدداً من الأمثلة العكسية التى توضح عدم التكافؤ.

جدير بالذكر أن نتائج هذا البند قد قدمت للنشر فى البحث [44]

فى الباب الثالث: قدمنا خمسه أنواع من الإحكام للفراغات ثنائية التوبولوجى الفازى وهى:

FS-Q_α- Compact, FP- Q_α-Compact, FP*-α-compact, FP*-Q_α-compact and FP*-compact.

التعريفـــان FS-Q_α-Compact, FP-Q_α-Compact تعتمـد فـى تعريفهـا علـى خاصيـة الانطبـاق quasi- coincident وخاصيـه الجـوار الغـازى مـن النـوع q. أمـا التعاريف FP*-Q_α-compact, FP*-α-compact, FP*- compact فقـد عرفـت على الفراغات الفازية فوق التوبولوجية المولدة من فراغات فازية ثنائية التوبولوجى . وقد عرف الأول باستخدام خاصية الانطباق وخاصية الجوار الفازى من النـوع q أمـا الثـانى فعـرف باستخدام الغطاء من النوع α أما الأخير فقد عرف باستخدام غطاء النقطه (point cover) . وقد أثبتنا أن المفهوم FS- Q_α- conpact يحقق خاصية الضـرب وعلـى ذلك فقد قمنا بإنشاء توسيع للفراغ الثنائى التوبولوجى وذلك بإضافة نقطه (one- point compactification).

جدير بالذكر أن نتائج البند الرابع قد قبلت للنشر فى البحث [43]

فى الباب الرابع عرفنا فيه مفهوم فراغات فوق التقريب الفازية

Fuzzy supra proximity spaces

كما أثبتنا أنها تولد فراغات فازية فوق توبولوجية Fuzzy supra topologiccl spaces, أثبتنا أيضا أن الفراغ الفازى فوق التوبولوجى يولد علاقه فوق تقريب فازية إذا وإذا فقـط كان هذا الفراغ $FSR_{5/2}$ (Fuzzy supra completely regular).

قمنا أيضا بإدخال الناقل ω من فصيلة الفراغات فـوق التقريـب العاديـة OSP إلى فصيلة فراغات فـوق التقريـب الفازيـة FSP. أيضـا عرفنـا النـاقلان ι, ι_α مـن FSP إلى OSP. كما أثبتنا أن مفهوم الفراغ المولد فـوق التقريبـى الفـازى والفـراغ المولـد الفـازى فوق التوبولوجى يكونان متوافقين Campatible.

فى البند الأخير قمنا بتوليد علاقة فوق تقريب δ_s من العلاقتين الفازيتين التقريبيتين δ_1,δ_2 المعرفتين على الفئه غير الخالية X وهـذا الفـراغ (X,δ_1,δ_2) يسـمى فـراغ *تقريـب فازى ثنائى. قمنا بدراسه خواص الفراغ* (X,δ_s) *وكانت أهم النتائج:*

إذا كان الفراغ (X,τ_1,τ_2) هو FP*-compact , FP^*T_2 فإن توجد علاقة فوق تقريب فازيه تتوافق مع الفراغ الفازى فوق التوبولوجى $(X,\tau_{c_{12}})$.

جدير بالذكر أن نتائج هذا الباب قبلت للنشر فى البحث [45] .

الباب الخامس ويحتوىعلى نظرية الأبعاد للفراغات ثنائية التوبولوجى كاملة الإنتظام pairwise completely regular spaces

عرفنا فيه دوال بعديه $p.f_X.Ind$, p.dim كما أثبتنا أنه داخل فصل الفراغات المعتاده P.normal [51] تتحقق العلاقه $p.Ind\ X = f_X.Ind\ X$

حيث p.Ind X هى الداله البعدية المعرفه بواسطة Dvalishvili [18] كما قمنا ايضاً بتعريف دالة البعد الغطائى p.dim وذلك عن طريق المجموعة الثنائية الصفرية العليا والمجموعة الثنائية الصفرية السفلى [24] p.upper zero set and p.lower zero set كما أنشانا تشخيصا لهذه الداله عن طريق المجموعات الثنائية الصفريه العليا والسفلى

نتائج هذا الباب قبلت للنشر فى البحث [41] .

أخيراً كنت أتمنى أن اقوم بتعميم نتائج الباب الخامس إلى الحاله الفازيه الإ أنه مازالت هناك بعض المشاكل تتعلق بمفهوم الحد boundary ومفهوم الغطاء cover حيث أن هذه المفاهيم لم تاخذ الصيغة النهائية لها كما أنه لم تحقق أهم الخواص الموجودة فى التوبولوجى العادى ومع ذلك فأنا آمل فى المستقبل القريب أن أقوم بتعميم تلك النتائج إلى الحاله الفازيه.