

ملخص الرسالة باللغة العربية

كثيراً من المسائل الفيزيائية في الرياضيات التطبيقية والعلوم الهندسية توصف غالباً بواسطة معادلات تفاضلية خطية وغير خطية وهناك طرق رياضية معروفة لإيجاد حلول تلك المعادلات . من هذه الطرق فصل المتغيرات وتحويلات لابلاس وطرق أخرى ولكن في كثير من الأحيان تعجز تلك الطرق عن إيجاد حلول للمعادلات التفاضلية وخصوصاً المعادلات غير الخطية .

في عام ١٨٩١ ادخل العالم (sphus Lie) نظرية المجموعات واستخدمها في كيفية إيجاد حلول للمعادلات التفاضلية وسميت هذه الطريقة بمجموعات تحويل لي أو طريقة الحلول المتماثلة وتتميز هذه الطريقة بنقاط كثيرة منها :

١- نستطيع تطبيق هذه الطريقة على كلا من المعادلات التفاضلية العادية والجزئية الخطية منهما وغير الخطية.

٢- تخفيض عدد المتغيرات المستقلة في المعادلة التفاضلية الجزئية بمقدار واحد.

٣- إيجاد مجموعة مختلفة من الحلول للمعادلة التفاضلية .

٤- إذا وجد حل مسبقاً للمعادلة التفاضلية يمكن أن يستخدم في إيجاد حل آخر لها .

هذه الرسالة تهتم بدراسة مجموعة من المعادلات التفاضلية الجزئية الخطية وغير الخطية التي تصف بعض الظواهر الطبيعية وذلك باستخدام مجموعات لي.

وتتكون الرسالة من مقدمة وخمسة أبواب .

الباب الأول : استعرضنا طريقة مجموعات تحويل لي وبعض التعريفات المستخدمة.

الباب الثاني : استخدمنا طريقة الحلول المتشابهة لإيجاد حلول للمعادلة التفاضلية

الجزئية غير الخطية

$$u_t = Du_{xx} - [vL(1-u)u]_x$$

وآتي لم يسبق لها الحل تحليليا حيث u تمثل كثافة الجزيئات المتحركة بواسطة الانتشار والإعاقة في وجود عائق غير منفذ طوله L موجود في المستوى xy وعمودي على اتجاه حركة الجزيئات v ، سرعة الجزيئات المتحركة D معامل الانتشار. وقد قمنا بتفسير للمعنى الطبيعي للحلول آتي حصلنا عليها. وجدير بالذكر أن هذه المسألة نشرت في

[J. Stat. Phys. Vol. 94, Nos. 3/4, [105]]

الباب الثالث : درسنا المعادلة التفاضلية الجزئية غير الخطية

$$f(x)u_t = (g(x)D(u)u_x^m)_x + H(u)u_x, \quad m \neq 0 \text{ or } 1$$

و تمكنا من تحديد الصور المختلفة للدوال f, g, D, H لكي تكون هذه المعادلة غير متغيرة بمجموعات تحويل لي. ثم أوجدنا مجموعة حلول لهذه المعادلة في الحالات المناظرة وكذلك أيضا قمنا بعمل تصنيف للمعادلات التفاضلية العادية المخفضة تبعا لما جاء بالمرجع [84] من حيث كون هذه المعادلات قابلة لتكامل أم لا. وجدير بالذكر أن هذه المسألة نشرت في

[J. Phys. Soc. Jpn. Vol. 86, No. 2, [106]]

الباب الرابع: استخدمنا طريقة الحلول المتماثلة في عمل تخفيض تام لمعادلة شرودنجر

$$iu_t = pu_{xx} + qu_{yy} + r|u|^2u$$

ذات بعدين آلي مجموعة من معادلات شرودنجر ذات البعد الواحد حيث p, q, r ثوابت وبعد ذلك طبقنا طريقة الحلول المتماثلة مرة ثانية على بعض هذه المعادلات وتم تحويله آلي معادلات تفاضلية عادية. ثم أوجدنا مجموعة من الحلول الجديدة لهذه المعادلة.

الباب الخامس: أوجدنا مجموعة من الحلول الجديدة للمعادلة التفاضلية الخطية التالية

$$u_t = -v_0 \left(1 - \frac{y^2}{a^2} \right) u_x + D \left[y^{1-\delta} \frac{\partial}{\partial y} (y^{\delta-1} u_y) \right] = 0, \quad \delta = 1, 2$$

وذلك باستخدام مجموعات تحويل لي. حيث أن هذه المعادلة تمثل نموذجا رياضيا لوصف عملية تلوث المياه الجوفية بالنفايات الذرية المدفونة في باطن الأرض عندما يكون هذا المدفن في شكل أنبوبة وفي هذه الحالة $\delta = 2$ وكذلك في شكل صندوق وفي هذه الحالة $\delta = 1$.

المشرفون

اسم الباحث / رضا جمال عبد الرحمن

عنوان الرسالة / استخدام نظرية المجموعات في مسائل فيزيائية خطية وغير الخطية

اشراف :

مسلل	الاسم	الوظيفة	التوقيع
١	أ.د. / فاروق محمد البتانوي	أستاذ الرياضيات كلية العلوم-جامعة الزقازيق -فرع بنها	
٢	د. / عفت عباس سعيد	أستاذ مساعد الرياضيات كلية العلوم-جامعة الزقازيق -فرع بنها	
٣	د. / محمد عصام خليفة	أستاذ مساعد الرياضيات كلية العلوم-جامعة الزقازيق -فرع بنها	
٤	د. / محمود عبد العاطي محمود	أستاذ مساعد الرياضيات كلية العلوم-جامعة الزقازيق -فرع بنها	