بسم الله الرحمن الرحيم

ملخـــــص

صنف المعادلة التفاضلية H. Weyl [47]

$$f''(x) + (\lambda - q(x))f(x) = 0 \quad , \quad [\,0 \le x < \infty\,] \qquad (1)$$

عندما q دالة حقيقية, الى دائرة نهاية (LC) أو نقطة نهاية (LP) حسب ما اذا كانت للمعادلة (1) لها حلان (حل اول) مستقلان فى فراغ هلبرت $L^2(0,\infty)$ عندما $\mathrm{Im}(\lambda) \neq 0$, هـذا التصنيف لايعتمد على البار امتر المركب $\lambda=\mu+iv$.

صنف المعادلة عندما q دالة مركبة ($\mathrm{Im}(q)$, $\mathrm{Im}(\lambda)$ مختلفى الاشارة) Sims [40] الى ثلاث حالات :

حالة I - يوجد حل واحد فقط ينتمى الى الفراغ $L^2(a,b;|\mathrm{Im}(\lambda - q)|)$

حالة II - يوجد حل واحد فقط ينتمى الى الفراغ $L^2(a,b;|\mathrm{Im}(\lambda - q)|)$ بينما كل الحلول تنتمى فى الفراغ $L^2(a,b)$

حالة III - كل الحلول تنتمى الى الفراغ $L^2(a,b;|\mathrm{Im}(\lambda - q)|)$

تهتم الرسالة بتعميم نتائج Sims , H.Weyl للمعادلة الشبه تفاضلية من الرتبة الثانية

$$-(p(f'-rf))' + up(f'-rf) + qf = \lambda wf \qquad \text{on } [a,b) \qquad (2)$$

والمعادلة المرافقة شكليا

$$-(\overline{p}(g' + \overline{u}g))' - \overline{r}\overline{p}(g' + \overline{u}g) + \overline{q}g = \lambda wg \qquad \text{on } [a,b) \qquad (3)$$

حيث الدوال $u,\ r, q$ دوال مركبةو $w,\ p$ دوال حقيقية موجبة ومعرفة على الفترة $[a,b)$ ويحققوا بعض الشروط , $\lambda = \mu+iv$ بارامتر مركب. طبقا للتعارف فى [11] ,[20], [33], [47], فأن المؤثر الشبه تفاضلى

$$M[f] = -(p(f'-rf))' + up(f'-rf) + qf \qquad \text{on } [a,b) \qquad (4)$$

يكون منتظم عند النقطة a ومنفرد (شـاذ) عند النقطة b .

تتكون الرسالة من خمس فصول .

– يحتوى الفصل الأول على تعاريف وحقائق من نظرية المؤثرات الخطية المرتبطه بالفصول التالية .

– يهتم الفصل الثانى بالعلاقة بين مفهوم النقص(deficiency indices) للمؤثرات الخطية $T_0(M^+)$, $T_0(M)$ المرتبطة بالمؤثرات التفاضلية M^+, M ويحققا العلاقة

$$2 \le \mathrm{def}[T_0(M)-\lambda I]+\mathrm{def}\{T_0(M^+)-\overline{\lambda} I] \le 4 \quad \text{for all } \lambda \in \Pi(T_0(M), T_0(M^+)).$$

– فى الفصل الثالث ندرس تصنيف الحلول $L^2_w(a,b)$ للمعادلة (2)عندما $M = M^+$, $u = -\bar{r}$. نظرا الى تماثل $M[.]$ فأنه من النظرية العامة فى [33], [44] وتعريفات H.Weyl الاصلية فى [47] فأن التعبير التفاضلى يصنف عند النقطة المنفردة b الى نقطة نهاية (LP) أو دائرة نهاية (LC) حسب ما إذا كانت للمعادلة $M[f] = \lambda wf$ حل واحد او حلان (على الترتيب) مستقلان فى الفراغ هلبرت الموزون بالدالة w. هذا التصنيف يعتمد على المعاملات w,r,q,p. لا يوجد على وجة العموم شرط ضرورى وكافى للتمييز بين (LC) , (LP)عند النقطة المنفردة b . يوجد شرط ضرورى وكافى بدلالة دوال معينة فى الفراغ $L^2_w(a,b)$.

– فى الفصل الرابع أثبتنا نتائج Sims للمعادلة (2) عندما $u = -\bar{r}$ و $M^+ = \overline{M}$ و q دالة مركبة ومعرفة على الفترة $[a,b)$ وناقشنا الحالات الثلاثة السابقة .

– فى الفصل الخامس أعتبرنا الحالة $M \neq M^+$ وحصلنا على نتائج الفصل الثالث كحالة خاصة من هذا الفصل .

جامعة الزقازيق
كلية العلوم / فرع بنها
قسم الرياضيات

بعض المسائل المتعلقة بالمؤثرات التفاضلية العادية

رسالة مقدمه من السيد/

جمال محمد عطية خليل
المدرس المساعد بقسم الرياضيات بكلية العلوم

للحصول على درجة دكتوراه الفلسفة فى الرياضيات البحته

تحت اشراف

ا.د.نشأت فريد محمد فتحى
أستاذ التحليل الدالى بكلية العلوم
جامعة عين شمس

د. صبحى السيد ابراهيم
أستاذ مساعد التحليل الدلى بكلية العلوم
جامعة الزقازيق فرع بنها

١٩٩٦