بسم الله الرحمن الرحيم

ملخـــــص

H. Weyl [47] صنف المعادلة التفاضلية

$$f''(x) + (\lambda - q(x))f(x) = 0 \quad , \quad [\,0 \le x < \infty\,] \qquad (1)$$

عندما q دالة حقيقية, الى دائرة نهاية (LC) أو نقطة نهاية (LP) حسب ما اذا كانت للمعادلة (1) لها حلان (حل اول) مستقلان فى فراغ هلبرت $L^2(0,\infty)$ عندما $\mathrm{Im}(\lambda) \neq 0$, هذا التصنيف لايعتمد على البار امتر المركب $\lambda=\mu+i\nu$.

Sims [40] صنف المعادلة عندما q دالة مركبة ($\mathrm{Im}(q)$, $\mathrm{Im}(\lambda)$ مختلفى الاشارة) الى ثلاث حالات :

حالة I - يوجد حل واحد فقط ينتمى الى الفراغ $L^2(a,b;|\mathrm{Im}(\lambda - q)|)$

حالة II - يوجد حل واحد فقط ينتمى الى الفراغ $L^2(a,b;|\mathrm{Im}(\lambda - q)|)$ بينما كل الحلول تنتمى فى الفراغ $L^2(a,b)$

حالة III - كل الحلول تنتمى الى الفراغ $L^2(a,b;|\mathrm{Im}(\lambda - q)|)$

تهتم الرسالة بتعميم نتائج Sims , H.Weyl للمعادلة الشبه تفاضلية من الرتبة الثانية

$$-(p(f'-rf))' + up(f'-rf) + qf = \lambda wf \qquad \text{on } [a,b) \qquad (2)$$

والمعادلة المرافقة شكليا

$$-(\overline{p}(g' + \overline{u}g))' - \overline{r}\overline{p}(g' + \overline{u}g) + \overline{q}g = \lambda wg \qquad \text{on } [a,b) \qquad (3)$$

حيث الدوال r, q , u دوال مركبةو p , w دوال حقيقية موجبة ومعرفة على الفترة $[a,b)$ ويحققوا بعض الشروط , $\lambda = \mu+i\nu$ بارامتر مركب. طبقا للتعارف فى [11], [20], [33], [47], فأن المؤثر الشبه تفاضلى

$$M[f] = -(p(f'-rf))' + up(f'-rf) + qf \qquad \text{on } [a,b) \qquad (4)$$

يكون منتظم عند النقطة a ومنفرد (شـــاذ) عند النقطة b .

تتكون الرسالة من خمس فصول .

– يحتوى الفصل الأول على تعاريف وحقائق من نظرية المؤثرات الخطية المرتبطه بالفصول التالية .

– يهتم الفصل الثانى بالعلاقة بين مفهوم النقص(deficiency indices) للمؤثرات الخطية $T_0(M^+)$, $T_0(M)$ المرتبطة بالمؤثرات التفاضلية M^+, M ويحققا العلاقة

$$2 \le \mathrm{def}[T_0(M)-\lambda I]+\mathrm{def}\{T_0(M^+)-\overline{\lambda} I]\le 4 \quad \text{for all } \lambda \in \Pi(T_0(M),T_0(M^+)).$$

– فى الفصل الثالث ندرس تصنيف الحلول $L^2_w(a,b)$ للمعادلة (2)عندما $M=M^+$, $u=-\overline{r}$. نظرا الى تماثل $M[.]$ فأنه من النظرية العامة فى [33], [44] وتعريفات H.Weyl الاصلية فى [47] فأن التعبير التفاضلى يصنف عند النقطة المنفردة b الى نقطة نهاية (LP) أو دائرة نهاية (LC) حسب ما إذا كانت للمعادلة $M[f] = \lambda wf$ حل واحد او حلان (على الترتيب) مستقلان فى الفراغ هلبرت الموزون بالدالة w. هذا التصنيف يعتمد على المعاملات w,r,q,p. لا يوجد على وجة العموم شرط ضرورى وكافى للتمييز بين (LP) , (LC)عند النقطة المنفردة b . يوجد شرط ضرورى وكافى بدلالة دوال معينة فى الفراغ $L^2_w(a,b)$.

– فى الفصل الرابع أثبتنا نتائج Sims للمعادلة (2) عندما $u=-\overline{r}$ و $M^+=\overline{M}$ و q دالة مركبة ومعرفة على الفترة $[a,b)$ وناقشنا الحالات الثلاثة السابقة .

– فى الفصل الخامس اعتبرنا الحالة $M \ne M^+$ وحصلنا على نتائج الفصل الثالث كحالة خاصة من هذا الفصل .